UNIDAD TEMÁTICA 6.

Perpendicularidad.

6.1. Generalidades.
Dos elementos son perpendiculares cuando sus extensiones forman entre sí 90º.

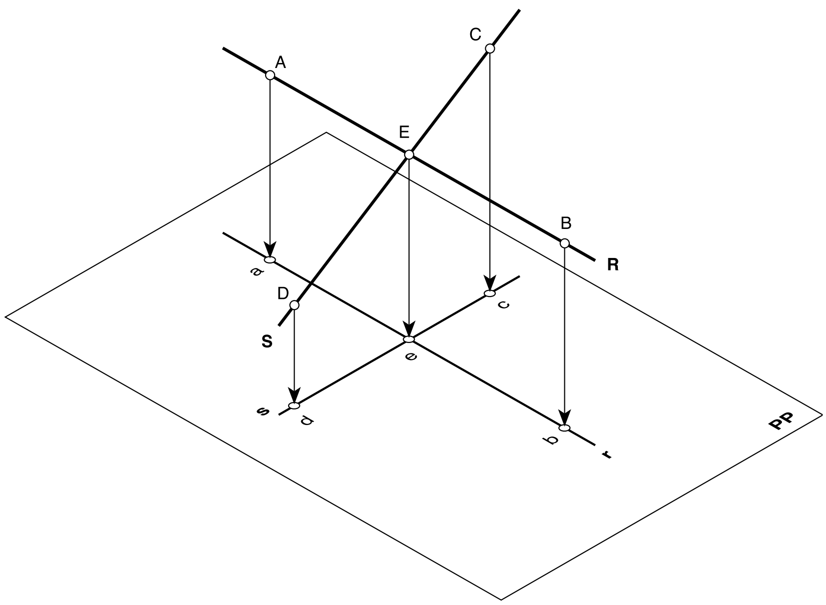
6.2. Casos de perpendicularidad.
El hecho de que los elementos tengan que ser extensos para que pueda establecerse la perpendicularidad, implica que sólo puede darse entre rectas, entre rectas y planos y entre planos, excluyéndose el punto por carecer de dimensiones. Éste, sin embargo, parecerá a nivel práctico como elemento por el que pasan las rectas o los planos de las soluciones.
En los siguientes diagramas se recogen todos los casos posibles de perpendicularidad, tanto a nivel teórico como a nivel práctico, respectivamente. A nivel teórico, los apartados correspondientes la perpendicularidad entre recta y plano o entre plano y recta son similares, pues cuando un elemento es perpendicular a otro, éste lo es al primero. A nivel práctico, la diferencia entre ambos apartados estará sólo en qué elemento sea el dato del problema y qué otro la solución. En el apartado correspondiente a la perpendicularidad entre rectas se hace distinción entre los casos en los que rectas no tienen que cortarse (N.C.) y los casos en los que sí (S.C.).

	R	**P**
R	R/R	R/P
P	R/P	P/P

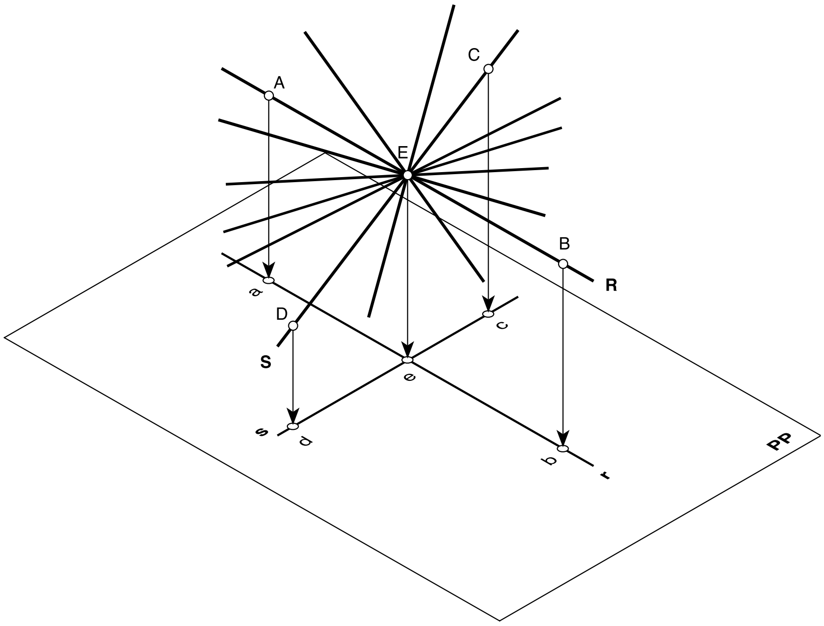
<table>
<tr><th></th><th>R</th><th>P</th></tr>
<tr><th rowspan="2">R</th><td>R/R N.C.</td><td rowspan="2">R/P</td></tr>
<tr><td>R/R S.C.</td></tr>
<tr><th>P</th><td>R/P</td><td>P/P</td></tr>
</table>

Del *Teorema de las tres perpendiculares*, que se enuncia a continuación, puede deducirse la información necesaria para dar respuesta a todos los casos.

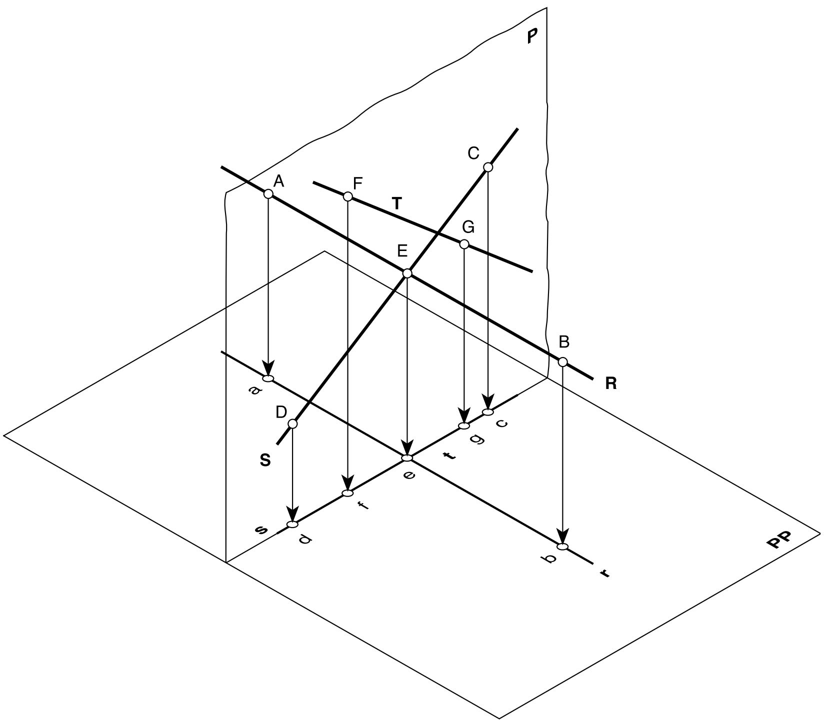
6.3. Teorema de las tres perpendiculares.
Si dos rectas que se cortan, *R* y *S*, son perpendiculares entre sí, y una de ellas, *R*, es paralela a un plano de proyección, *PP*, sus proyecciones sobre dicho plano son perpendiculares.



Por el punto de corte *E*, pueden pasar infinitas rectas perpendiculares a la recta *R*, que determinan un plano *P*, igualmente perpendicular a *R*.

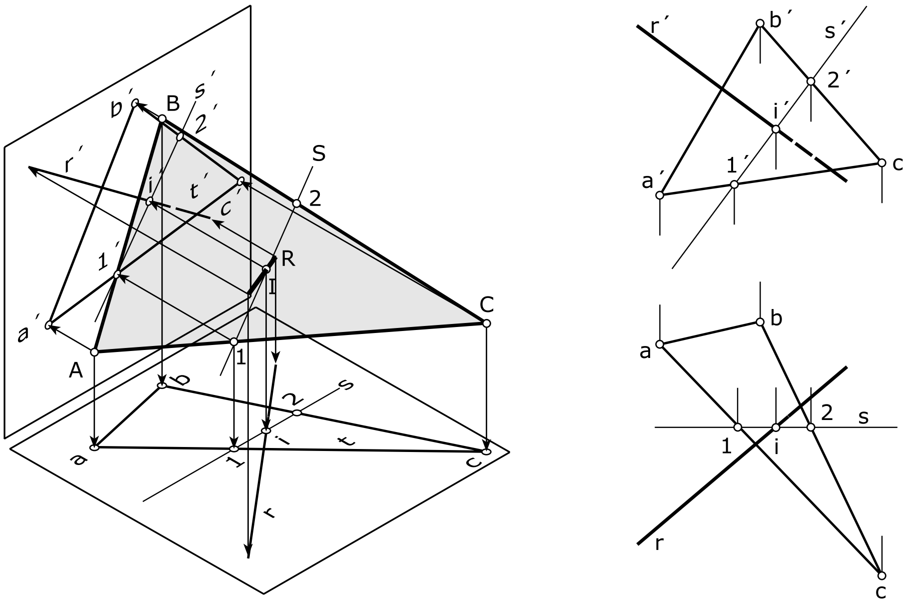


Cualquier recta *T* que pertenezca al plano *P* es perpendicular a la recta *R*, aun cuando no la corte.



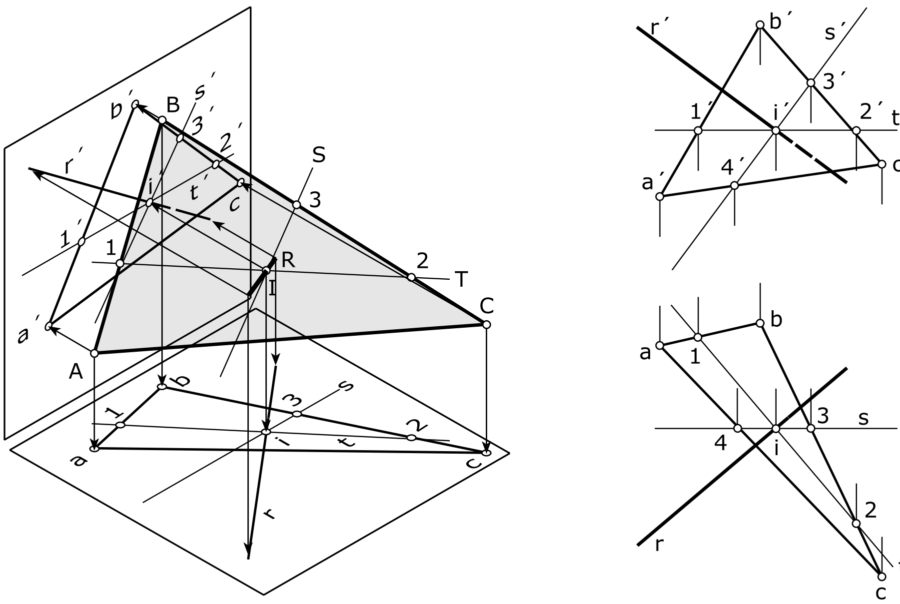
6.4 Perpendicularidad a nivel teórico.
6.4.1. Perpendicularidad entre rectas.
Dos rectas son perpendiculares cuando una puede contenerse en un plano perpendicular a la otra. Si una de ellas es paralela a un plano de proyección, basta con que, sobre dicho plano, sus proyecciones sean perpendiculares.
En el caso de la ilustración, la recta *R* es perpendicular a la recta *S* porque esta última

pertenece al triángulo *A-B-C* que es perpendicular a *R* (ver apartado 6.4.2). Además, *S* es una recta frontal, y por tanto paralela al P.V., proyectándose directamente como perpendicular a *R* sobre dicho plano de proyección.



6.4.2. Perpendicularidad entre recta y plano.

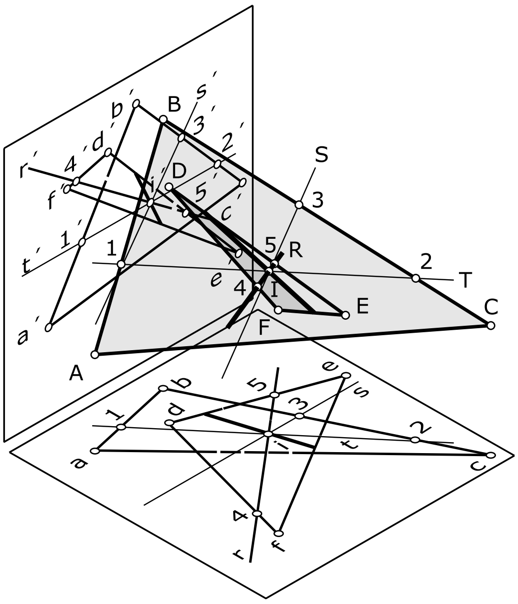
Una recta es perpendicular a un plano cuando lo es a dos rectas no paralelas contenidas en él.
La recta *R* es perpendicular al triángulo *A-B-C* porque éste contiene a las rectas *S* (frontal) y *T* (horizontal), que son paralelas respectivamente al P.V. y al P.H., y que por tanto se proyectan como perpendiculares a *R*, sobre dichos planos de proyección (*r´*es perpendicular a *s´*, y *r* a *t*).

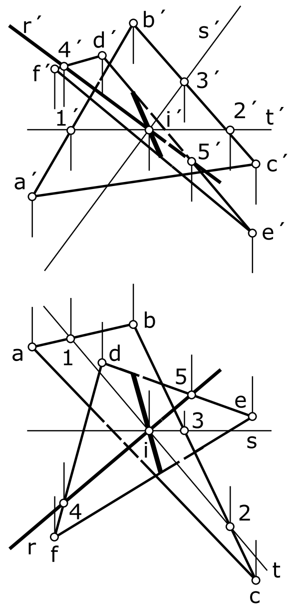


6.4.3. Perpendicularidad entre planos.

Dos planos son perpendiculares cuando uno puede contener una recta perpendicular al otro.
Los triángulos *A-B-C* y *D-E-F* son perpendiculares porque *D-E-F* contiene a la recta *R* que es

perpendicular al triángulo *A-B-C*.



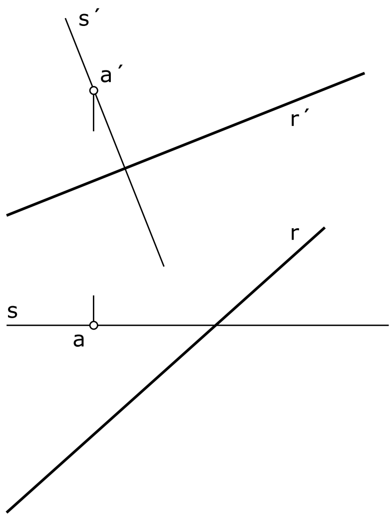


6.5. Perpendicularidad a nivel práctico.

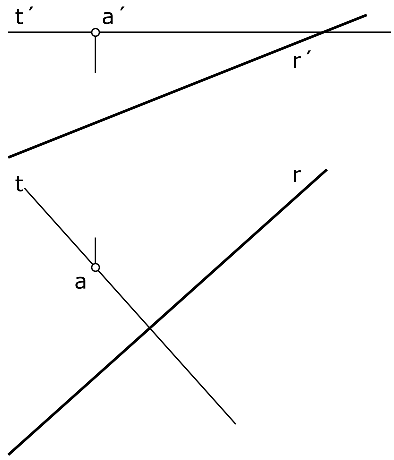
6.5.1. Dibujar una recta que, pasando por el punto A, sea perpendicular a la recta R dada (sin que se corten)**.** ①

El problema tiene infinitas soluciones. La perpendicularidad entre rectas sólo se manifiesta directamente si una de ellas es paralela a un plano de proyección. ①②En este caso, por tanto, una de las soluciones puede ser una recta horizontal (*S*) o una frontal (*T*).

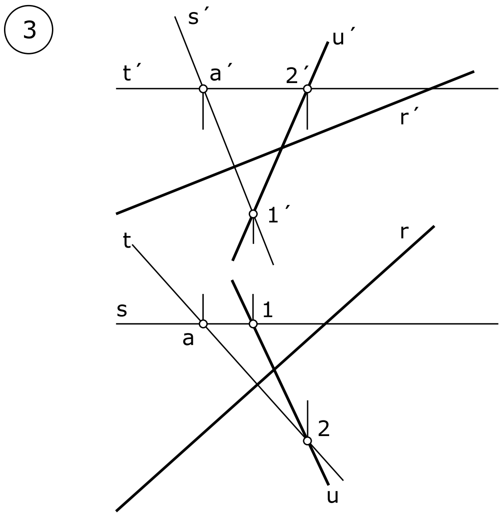
1



2

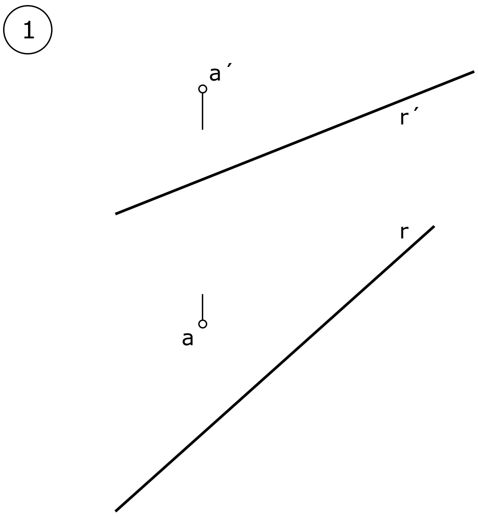


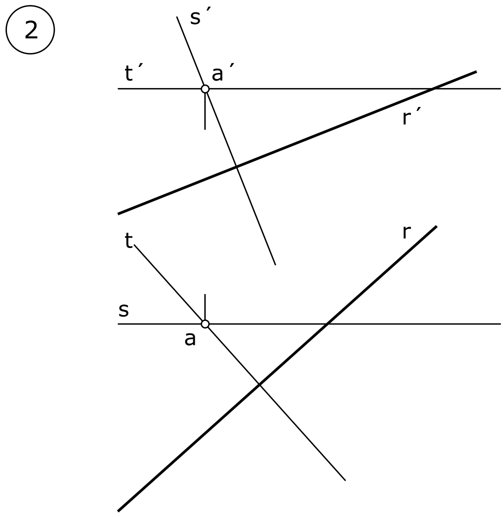
Obsérvese que la recta horizontal y la frontal determinan un plano, al cortarse en *A*, que es perpendicular a *R* por contener dos rectas perpendiculares a la misma. ③Cualquier recta *U* que pertenezca a este plano es perpendicular a *R*, aunque no sea la solución del problema ya que no pasa por *A*.



6.5.2. Dibujar un plano que, pasando por el punto A, sea perpendicular a la recta R dada. ①

El problema tiene una única solución, pero puede tener infinitas formas distintas. ②Como hemos visto, bastará con trazar por el punto *A* una recta horizontal y una frontal perpendiculares a la recta *R*.



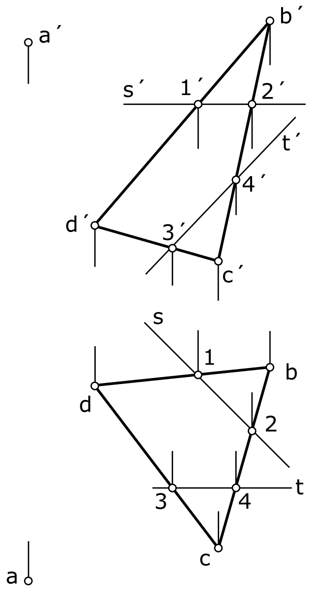


6.5.3. Dibujar una recta R que, pasando por el punto D, sea perpendicular al triángulo A-B-C.①

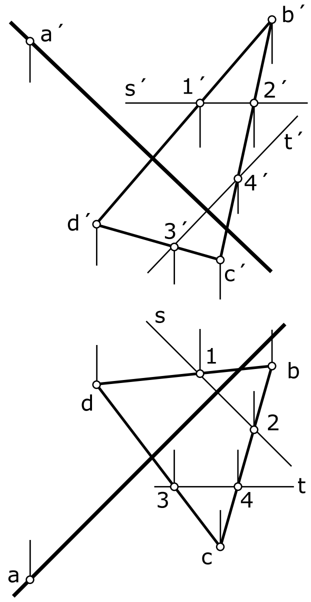
El problema tiene una única solución. ②Se trazan una recta horizontal (*S*) y una frontal (*T*) que pertenezcan al plano. Cualquier recta perpendicular al plano tendrá que ser también perpendicular a la recta horizontal y a la frontal del plano, por ser ambas paralelas a los

Planos de Proyección. La recta solución (*R*), tiene como proyección horizontal una línea que además de pasar por *d* es perpendicular a la proyección horizontal de la horizontal (*S*) y como proyección vertical una línea que pasa por *d´* y es perpendicular a la proyección vertical de la frontal (*T*). ③Se resuelve a continuación la intersección entre la recta y el plano y la visibilidad de la recta.

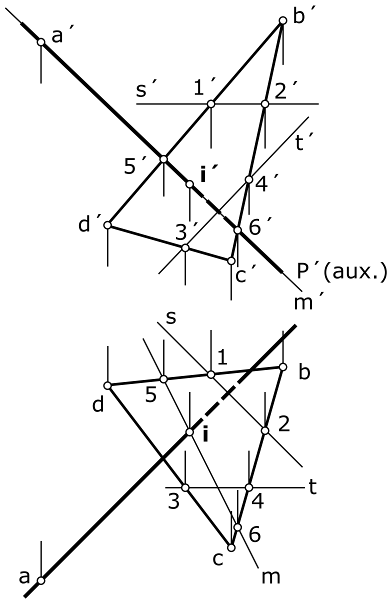
1



2



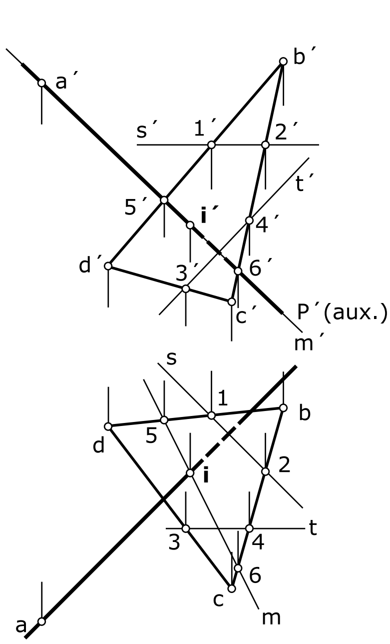
3



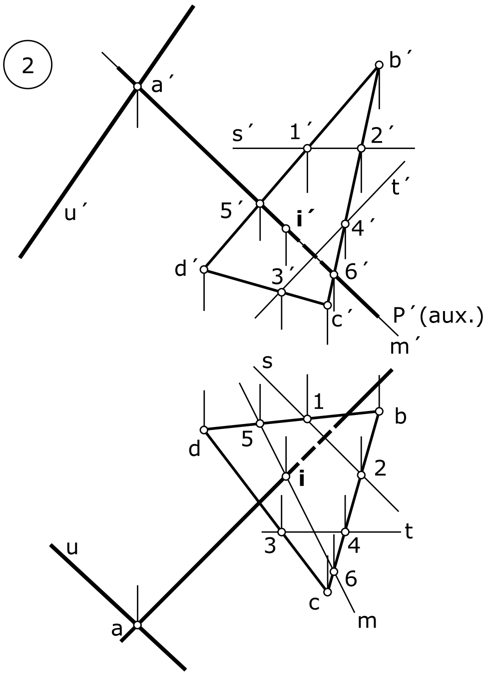
6.5.4. Dibujar un plano que, pasando por el punto D, sea perpendicular al plano dado. ①

El problema tiene infinitas soluciones, si no se incluye ninguna otra condición. ②Se repiten todos los pasos del caso anterior y se incluye la recta dentro de un plano cualquiera. En el caso de la ilustración se ha hecho pasar por *A* una recta cualquiera *U* que, al cortarse con la perpendicular determina el plano perpendicular al plano dato, precisamente por contener a dicha recta perpendicular.

1



2

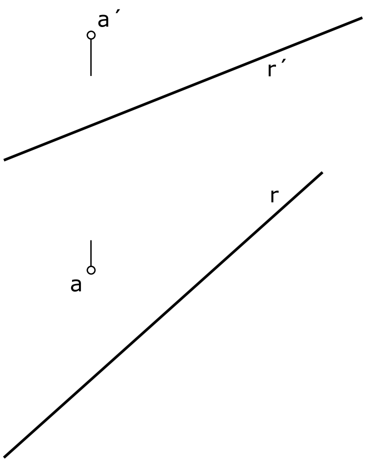


6.5.5. Dibujar una recta X que, pasando por el punto A, sea perpendicular a la recta R y la corte. ①

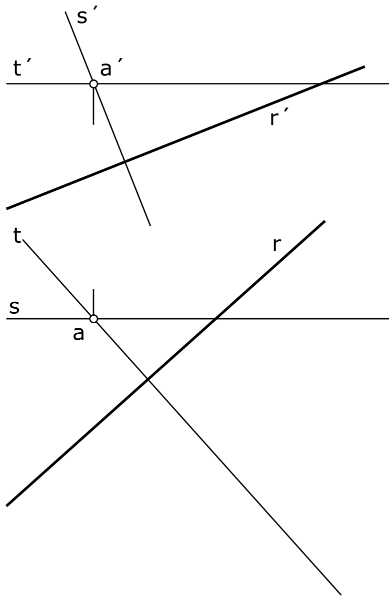
Este problema tiene una única solución. ②Se crea un plano perpendicular a *R* mediante una recta frontal (*S*) y una horizontal (*T*) que pasan por *A*, igualmente perpendiculares a *R*. ③Se halla la intersección entre la recta *R* y el plano determinado por las rectas *S* y *T* al cortarse. Se unen el punto de intersección *I* y el punto *A*.

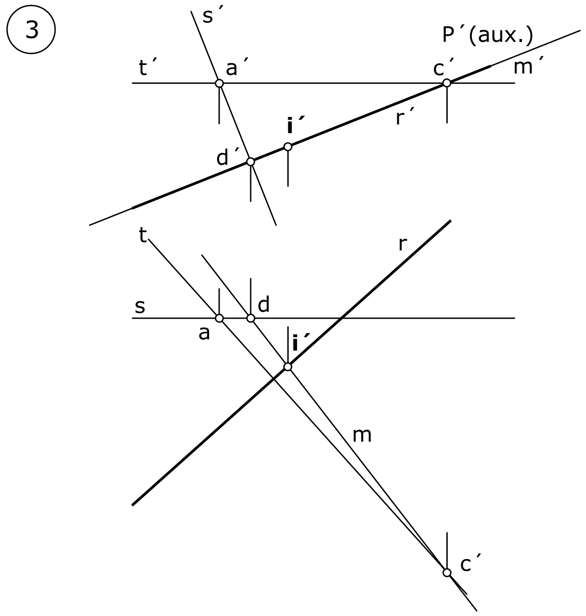
④*X* es la solución del problema, al ser la única recta que pasa por *A*, es perpendicular a *R* y además la corta.

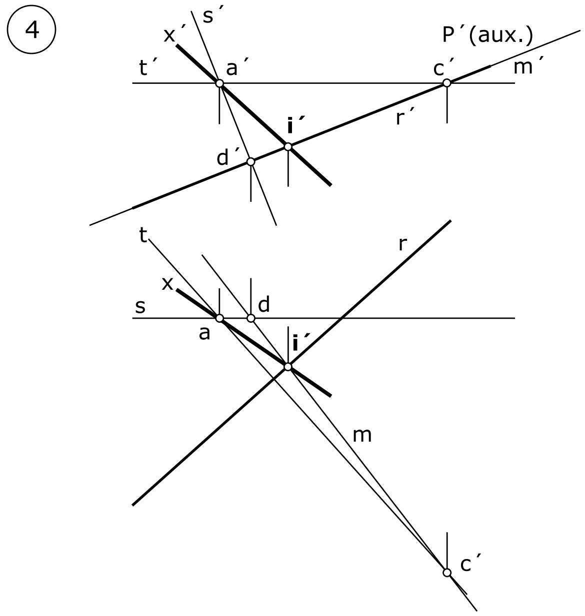
1



2




3
s´
P´(aux.)
t´
a´
c´
m´
i´
r´
d´
t
r
s
d
a
i´
m
c´


4
x´
s´
P´(aux.)
t´
a´
c´
m´
i´
r´
d´
t
r
x
s
d
a
i´
m
c´